**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дополнительные главы теории вероятностей

Additional Chapters of Probability Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001240

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Дополнительные главы теории вероятностей» является одной из базовых дисциплин, формирующего подготовку бакалавра в математики и компьютерных наук.

Основным методологическим принципом построения программы курса, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого - к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком языковом и концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины: обучение обучающихся современным приложениям теории вероятностей, теории случайных процессов и математической статистики; развитие у обучающихся навыков построения теоретико-вероятностных моделей.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена учащимся 3 курса. Обучающиеся должны владеть основами математического анализа, высшей алгебры, аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистики.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

• знать содержание дисциплины «Дополнительные главы теории вероятностей» и иметь хорошее представление о возможностях ее применения в различных областях науки,

• уметь строить математические модели в различных задачах стохастики, использовать включенные в курс формулы вычисления вероятностей и других характеристик,

• уметь интерпретировать полученные результаты, знать факторы, приводящие к появлению ряда важнейших распределений, знать и уметь использовать свойства этих распределений и их взаимосвязь.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия (лекции и обсуждения модельных конструкций в форме диалога) в течение семестра, выполнение контрольных заданий) текущее тестирование, и экзамен в конце 6-го семестра.

Самостоятельная работа:

Выполнение заданий по дисциплине «Дополнительные главы теории вероятностей».

Без участия преподавателя - индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса, а также удовлетворения личных познавательных потребностей.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 8 |  | 2 | 2 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 8 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Темы для изучения и обсуждения:

1. Однородный пуассоновский случайный процесс как простейшая модель потока редких событий. Вывод однородного пуассоновского процесса из минимального набора естественных предположений. Неоднородный пуассоновский процесс как способ учета сезонных колебаний. Неординарные потоки редких событий в теории массового обслуживания.

2. Классическая модель эволюции активов страховой компании. Вывод уравнения для вероятности разорения из формулы полной вероятности. Граничные условия для этого уравнения. Вероятность разорения при показательно распределенных выплатах. Метод преобразования Лапласа для исследования вероятности разорения. Мартингальный метод для получения оценок для вероятности разорения.

3. Прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова для марковских цепей – общая идея вывода и применения.

4. Классическая регрессионная модель и метод наименьших квадратов. Недостаточность классических предположений для содержательных финансово-экономических приложений. Обобщение классической регрессионной модели для анализа неоднородных пространственных данных; тестирование на неоднородность. Регрессионная модель для автокоррелированных временных данных; тестирование на автокорреляцию. Система регрессионных уравнений для анализа спроса и предложения. Двухшаговый метод наименьших квадратов.

5. Линейные модели стационарных временных рядов. Конструирование линейных моделей из белого шума с использованием идей скользящего суммирования и авторегрессии. Ковариационные функции стационарных временных рядов и их оценивание.

6. Достаточные статистики как средство сжатия информации в теории оценивания.

7. Стохастическое дифференциальное уравнение для эволюции стоимости рискового актива – эвристический подход. Простейшие виды стохастических интегралов и формула Ито. Формулы Башелье и Блэка-Шоулса для определения рациональной стоимости опциона.

8. Спектральная теория стационарных случайных процессов. Спектральные представления для ковариационной функции и самого процесса. Случайное колебание как простейший пример спектрального представления.

9. Энтропия дискретного распределения вероятностей и ее связь с задачами передачи информации.

10. Простейшие модели ветвящихся случайных процессов и вероятности вырождения.

11. Вероятностный алгоритм Миллера для проверки натурального числа на простоту.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу «Прикладные задачи теории вероятностей» предусмотрено чтение лекций и проведение практических обсуждений в форме диалога. Лекции читают опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. В курс лекций включаются новые результаты, полученные как сотрудниками кафедры теории вероятностей и математической статистики, так и ведущими учеными России и зарубежных стран. Все учащиеся должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу. Дополнительного оборудования и дополнительных материалов для учебной работы по курсу не требуется. Аудитория должна быть снабжена доской и мелом.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении индивидуальных и контрольных заданий обучающемуся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия.

Самостоятельная работа обучающегося, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться учащимися для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

Контроль за самостоятельной работой.

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Экзамен проводится в устной форме. Билет содержит 2 вопроса, на подготовку к ответу в аудитории отводится не менее 1 академического часа.

После ответа на вопросы билета, преподаватель вправе задать дополнительные вопросы по любой теме из списка вопросов, вынесенных на экзамен. В качестве дополнительных используются вопросы, не требующие длительного вывода и трудоемких вычислений, в том числе основные определения, примеры и логические связи, содержащиеся в курсе.

После ответа на основные и дополнительные вопросы при согласии экзаменуемого ему выдается задача, требующая применения основных идей курса.

По совокупности ответов экзаменуемого выставляется оценка «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Критерии выставления оценок за ответ на экзамене:

Оценка «отлично» выставляется, если выполняются три условия:

1. Экзаменуемым даны полные исчерпывающие ответы по всем вопросам билета, обучающийся свободно ориентируется в материале;

2. Экзаменуемый отвечает на все дополнительные вопросы

3. Экзаменуемый решил выданную задачу.

Оценка «хорошо» выставляется, если выполняются два условия:

1. Экзаменуемым в целом дан ответ по всем вопросам билета;

2. Экзаменуемый отвечает более чем на 70% дополнительных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполняются два условия:

1. Экзаменуемый в общих чертах дает ответ по всем вопросам билета;

2. Экзаменуемый дает правильный ответ более чем на 50% дополнительных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

***Критерии оценки на экзамене в системе ECTS***

Оценка «A» ставится в тех же случаях, что и оценка «отлично». Оценка «B» ставится, если выполнены требования для оценки «хорошо» и при этом в ответе допущено не более двух неточностей. Оценка «C» ставится, если выполнены требования для оценки «хорошо» и при этом в ответе допущено более двух неточностей. Оценка «D» ставится, если выполнены требования для оценки «удовлетворительно» и при этом в ответе допущено не более одной грубой ошибки. Оценка «E» ставится, если выполнены требования для оценки «удовлетворительно» и при этом в ответе допущено более одной грубой ошибки. Оценка «F» ставится в тех же случаях, что и оценка «неудовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. – 4-е изд.- М.: Едиториал УРСС, 2003.

2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – 6-е изд.- М.: Наука, 1988.

3. Боровков А.А. Математическая статистика. Новосибирск: Наука. 1997.

4. Ширяев А. Н. Вероятность. – 3-e изд. в двух томах М.: Наука, 2004.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987.

2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. М.: Наука, 1996.

3. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ, 1963.

4. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. М.: Физматлит, 2007.

5. Валландер С.С. Лекции по статистике и эконометрике. СПб: ЕУСПб, 2005.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Валландер Сергей Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра теории вероятностей и математической статистики, s.vallander@spbu.ru